CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Études de fonctions Fonctions polynômes de degré 2.	• Connaître les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes.	Les résultats concernant les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis. Savoir mettre sous forme canonique un polynôme de degré 2 n'est pas un attendu du programme.

08.4 Sutes arithmétiques et géométriques (1S)***

S	Progression	Supports
	1. SUITES ARITHMÉTIQUES	
	2. SUITES GÉOMÉTRIQUES	

http://www.maths-cours.fr/

ACTIVITÉ 1 - Pyramide de verre

Une pyramide de base carrée est constituée de plaques de verre toutes identiques et de forme équilatérale.
Un comptage du nombre de plaques s'avérant long et fastidieux, nous vous proposons une méthode pour les calculer.
On note :

u_1 le nombre de plaques constituant le niveau le plus élevé
u_2 le nombre de plaques du niveau immédiatement inférieur
u_n le nombre de plaques du n-ième niveau inférieur

1. Déterminez u_1 , u_2, u_3
2. Donnez la relation permettant de calculer u_2 à partir de u_1, puis celle de u_3 à partir de u_2 :
3. Exprimez le nombre de plaques u_{n+1} du niveau n+1 en fonction de u_n :
4. Exprimez u_3 en fonction de u_1, u_4 en fonction de u_1, ... , u_n en fonction de u_1, puis calculez le nombre de plaques constituant le niveau de base sachant que la pyramide est formée de 12 niveaux.
5. Construction graphique
Dans un repère orthogonal, à chaque niveau faites correspondre un point ayant pour abscisse le niveau et pour ordonnée le nombre de plaques du niveau. Que constatez-vous ?
6. A l'aide du graphique, essayer de déterminer le nombre total de plaques constituant la pyramide.

ACTIVITÉ 2 - La légende de l'échiquier et des grains de blé

La légende raconte que l'inventeur de l'échiquier présenta son œuvre à son roi qui voulue le récompenser en lui donnant un grain de blé pour la première case, deux grains pour la deuxième, ainsi de suite en doublant jusqu'à la 64ème case.

1. Calculez le nombre de grains de blé sur les cases :

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5

2. Donnez la relation permettant de calculer c_2 à partir de c_1, puis celle de c_3 à partir de c_2; en déduire c_{n+1} en fonction de c_n.
3. Exprimez c_3 en fonction de c_1, c_4 en fonction de c_1, ..., c_n en fonction de c_1, puis calculez le nombre de grains de blé de la dernière case.
4. Construction graphique
Dans un repère orthogonal, à chaque case (en abscisse) faites correspondre le nombre de grains de blé (en ordonnée). Que constatez-vous ?

CHAPITRE 9 SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES	SUITES 1ère S

1. Suites arithmétiques

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite arithmétique** s'il existe un nombre r tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le réel r s'appelle la **raison** de la suite arithmétique.

Remarque

Pour démontrer qu'une suite (u_n)) est arithmétique, on pourra calculer la différence

$u_{n+1} - u_n$.

Si on constate que la différence est une constante r, on pourra affirmer que la suite est arithmétique de raison r.

Exemple

Soit la suite (u_n) définie par $u_n = 3n + 5$.

La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$.

Propriété

Si la suite (u_n) est arithmétique de raison r alors pour tous entiers naturels n et k :

$$u_n = u_k + (n - k)\, r$$

En particulier :

$$u_n = u_0 + n\, r$$

Exemple

Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 5$.

$u_{100} = u_0 + 100 \times 2 = 205$

Propriété

Réciproquement, si a et b sont deux nombres réels et si la suite (u_n) est définie par $u_n = a \times n + b$ alors cette suite est une suite arithmétique de raison $r = a$ et de premier terme $u_0 = b$.

Démonstration

$u_{n+1} - u_n = a \times (n + 1) + b - (a \times n + b) = an + a + b - an - b = a$

$et \ u_0 = a \times 0 + b = b$

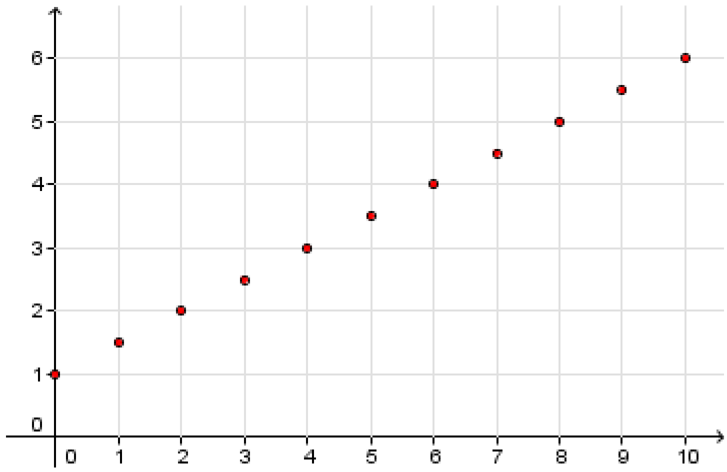
Propriété

La représentation graphique d'une suite arithmétique est formée de points alignés.

Remarque

Cela se déduit immédiatement du fait que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + nr$ donc les points représentant la suite sont sur la droite d'équation $y = rx + u_0$

Exemple



1. Suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et $r = \dfrac{1}{2}$

Théorème

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r :

- si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante
- si $r = 0$ alors (u_n) est constante
- si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante

Démonstration
Ce résultat découle immédiatement de $u_{n+1} - u_n = r$

Théorème (Somme des premiers entiers)

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$S = 0 + 1 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Démonstration
Une démonstration astucieuse consiste à réécrire la somme en inversant l'ordre des termes :

$S = 0 + 1 + 2 + \cdots + n \quad (1)$

$S = n + n-1 + n-2 + \ldots + 0 \quad (2)$

Puis on additionne les lignes (1) et (2) termes à termes. Dans le membre de droite on trouve que tous les termes sont égaux à n :

$0 + n = n$; $1 + n-1 = n$; $2 + n - 2 = n$; etc.

Comme en tout il y a $n + 1$ termes, on trouve :

$S + S = n + n + n + \cdots + n \iff 2S = n\,(n+1)$

$\iff S = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Exemple

Soit à calculer la somme $S_{100} = 1 + 2 + \cdots + 100$

$S_{100} = \dfrac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101 = 5050$

2. Suites géométriques

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite géométrique** s'il existe un nombre réel q tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\boldsymbol{u_{n+1} = q \times u_n}$$

Le réel q s'appelle la **raison** de la suite géométrique (u_n).

Remarque

Pour démontrer qu'une suite (u_n) dont les termes sont non nuls est une suite géométrique, on pourra calculer le rapport $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

Si ce rapport est une constante q, on pourra affirmer que la suite est une suite géométrique de raison q.

Exemple

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = \dfrac{3}{2^n}$

Les termes de la suite sont tous strictement positifs et

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3}{2^{n+1}} \div \frac{3}{2^n} = \frac{3}{2^{n+1}} \times \frac{2^n}{3} = \frac{1}{2}$$

La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$.

Propriété

Si la suite (u_n) est géométrique de raison q, pour tous entiers naturels n et k :

$$u_n = u_k \times q^{n-k}$$

En particulier : $u_n = u_0 \times q^n$

Propriété

Réciproquement, soient a et b deux nombres réels. La suite (u_n) définie par

$u_n = a \times b^n$ est une suite géométrique de raison $q = b$ et de premier terme $u_0 = a$.

Démonstration

$u_{n+1} = a \times b^{n+1} = a \times b \times b^n = u_n \times b$ *et* $u_0 = a \times b^0 = a$

Théorème

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme strictement positif :

- Si $q > 1$, la suite (u_n) est **strictement croissante**
- Si $q < 1$, la suite (u_n) est **strictement décroissante**
- Si $q = 1$, la suite (u_n) est **constante**

Remarques
- Si le premier terme est strictement négatif, le sens de variation est inversé.
- Si la raison est strictement négative, la suite n'est ni croissante ni décroissante.

Théorème

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ et tout réel $q \neq 1$, on a :

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Remarque
Cette formule n'est pas valable pour q = 1. Mais dans ce cas tous les termes de la somme valent 1 ; la somme est donc égale au nombre de termes n + 1.

Démonstration
On multiplie chaque membre par q. Cela incrémente chacun des exposants de q :

$S = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ (1)

$qS = q + q^2 + q^3 \cdots + q^{n+1}$ (2)

On soustrait termes à termes les égalités (1) et (2) ; tous les termes se simplifient sauf le premier et le dernier :

$S - qS = 1 - q + q - q^2 + q^2 - q^3 \ldots + q^n - q^n - q^{n+1}$

$(1 - q)S = 1 - q^{n+1}$ $\Leftrightarrow$ $S = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Exemple

Calculer la somme $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 \cdots + 2^{10}$

$$S = \frac{1-2^{11}}{1-2} = \frac{1-2048}{-1} = 2047$$

L'ESSENTIEL
SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

1. Suites arithmétiques

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite arithmétique** s'il existe un nombre r tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le réel r s'appelle la **raison** de la suite arithmétique.

Propriété

Si la suite (u_n) est arithmétique de raison r alors pour tous entiers naturels n et k :

$$u_n = u_k + (n-k)\,r$$

En particulier : $u_n = u_0 + n\,r$

Propriété

Réciproquement, si a et b sont deux nombres réels et si la suite (u_n) est définie par $u_n = a \times n + b$ alors cette suite est une suite arithmétique de raison $r = a$ et de premier terme $u_0 = b$.

Théorème

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r :

- si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante
- si $r = 0$ alors (u_n) est constante
- si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante

Théorème (Somme des premiers entiers)

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$: $S = 0 + 1 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

2. Suites géométriques

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite géométrique** s'il existe un nombre réel q tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\boldsymbol{u_{n+1} = q \times u_n}$$

Le réel q s'appelle la **raison** de la suite géométrique (u_n).

Propriété

Si la suite (u_n) est géométrique de raison q, pour tous entiers naturels n et k :

$$u_n = u_k \times q^{n-k}$$

En particulier : $u_n = u_0 \times q^n$

Propriété

Réciproquement, soient a et b deux nombres réels. La suite (u_n) définie par

$u_n = a \times b^n$ est une suite géométrique de raison $q = b$ et de premier terme $u_0 = a$.

Théorème

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme strictement positif :

- Si $q > 1$, la suite (u_n) est **strictement croissante**
- Si $q < 1$, la suite (u_n) est **strictement décroissante**
- Si $q = 1$, la suite (u_n) est **constante**

Théorème

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ et tout réel $q \neq 1$, on a :

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

EXERCICES DE SOUTIEN
SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

Thèmes **Mathenpoche 2 –**	**Exercices** **Sesamath 1ère S, p 117+**
1. ACTIVITÉS MENTALES	Ex p 117 1 – 6 – 9 – 10 – 13 - 14
2. MODE DE GÉNÉRATION D'UNE SUITE	Ex p 118 (18) – 30 - (34)
3. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE	Ex p 120 35 - 38
4. SUITES ARITHMÉTIQUES	Ex p 121 41 - 43 – 44 – 47 - 49 +50
5. SUITES GÉOMÉTRIQUES	Ex p 122 51 – 53 – 54 – 58 - 60 +52 +56 +57 +61
6. QCM D'AUTO-ÉVALUATION	P 126 et 127

Suite Arithmétiques

1 Calculer le 21ème terme de la suite arithmétique de premier terme -1 et de raison 4.

2 Calculer le 18ème terme de la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison 1,7.

3 Calculer le 32ème terme de la suite arithmétique de premier terme -8 et de raison -2.

4 Calculer la somme des 15 premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique, le premier étant 3 et le dernier 21,2.

5 Calculer la somme des 20 termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 10 et de raison 2,5.

6 Déterminer les termes d'une suite arithmétique de 6 termes, le premier étant u_1 = 17 et le dernier u_6=31.

7 Calculer la somme des nombres impairs supérieurs à 20 et inférieurs à 80.

8 Quelle est la raison d'une suite arithmétique de premier terme u_1 = 5 et dont le dixième terme est u_{10}=5,81. Calculer la somme de ces 10 termes.

9 Calculer le rang du nombre 46,9 dans la suite arithmétique de premier terme u_1 = 7 et de raison 1,9

10 Calculer le rang du nombre 56,6 dans une suite arithmétique de premier terme 17 et de raison 1,8

11 Soit une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_1=264 et de raison r=-2.

a) Calculez u_2, u_3 et u_4
b) Exprimez u_n en fonction de n
c) Calculez le rang de n pour lequel u_n=0

12 Calculer le nombre de termes d'une suite arithmétique de premier terme 1,7, de raison 3 et dont la somme des termes est égale à 1 150.

13 Calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique

a) Sachant que Un = 2n et que la raison de la suite vaut 5, déterminer l'expression de Un+1
b) Calculer le 33e terme de la suite arithmétique de premier terme 13 et de raison 1,9 .
c) Quel est le 525e nombre impair ?

14 Calculer les sommes des k premiers termes d'une suite arithmétique

a) Calculer la somme des 10 premiers termes d'une suite arithmétique de 1er terme 5 et de raison 7.
b) Quelle est la somme des 25 premiers nombres impairs ?

15 Calcul de termes d'une suite arithmétique

Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0=100 et de raison r = 3

a) Calculer u_1, u_2, u_3
b) Calculer u_{100}
c) Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 200$

Suite Géométriques

16 Calculer le 8ème terme d'une suite géométrique de premier terme 3 et de raison 2.

17 Calculer le 7ème terme d'une suite géométrique de premier terme 1,1 et de raison 5.

18 Calculer le 6ème terme d'une suite géométrique de premier terme 100 000 et de raison 0,5.

19 Calculer la somme des 8 termes consécutifs de la suite géométrique de premier terme 2 et de raison 2.

20 Calculer la somme des 6 termes consécutifs de la suite géométrique de premier terme 1000 et de raison 1,5.

5 Soit une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_1=8$ et de raison q=1/2.

a) Calculez u_2 et u_3
b) Exprimez u_n en fonction de n
c) Déduisez le dixième terme de la suite
d) Calculez la somme des 10 premiers termes

21 Calculer le terme de rang n d'une suite géométrique

a) Calculer le 4ème terme d'une suite géométrique de premier terme 9 et de raison 5.
b) Calculer le 8ème terme d'une suite géométrique de premier terme 10000 et de raison 1,05.

22 Calculer la somme des k premiers termes d'une suite géométrique

a) Calculer la somme des 8 premiers termes de la suite géométrique de premier terme 8 et de raison 10.
b) En un été favorable, il peut y avoir 7 générations de mouches. Chaque couple pond 120 œufs qui donnent naissance à 120 mouches dont, en moyenne, 60 femelles. Combien de mouches naîtront dans un été à partir d'un seul couple ?

23 Utilisation d'une suite annexe ***

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_0 = 1$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n - 1$.

1. Calculer u_1 et u_2. La suite (u_n) est-elle arithmétique? géométrique ?
2. On pose $v_n = u_n + 2$.

a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
b) Exprimer v_n en fonction de n.
c) En déduire u_n en fonction de n.

24 Suite arithmétique ou géométrique ?

Pour chacune des suites suivantes (définies sur N), déterminer s'il s'agit d'une suite arithmétique, géométrique ou ni arithmétique ni géométrique.
Le cas échéant, préciser la raison.

a) $u_n = 5 + 3n$
b) $\left\{\begin{matrix} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_n+n \end{matrix}\right\}$
c) $u_n = 2^n$
d) $u_n = n^2$
e) $\left\{\begin{matrix} u_0=3 \\ u_{n+1}=\frac{u_n}{2} \end{matrix}\right\}$
f) $u_n = (n+1)^2 - n^2$
g) $\left\{\begin{matrix} u_0=-1 \\ u_{n+1}=3u_n+1 \end{matrix}\right\}$

Problèmes

25 Lors d'une expérience en laboratoire, on s'intéresse à la croissance d'une population de bactéries dont le nombre triple toutes les heures. A l'instant 0, la population est de 10 germes.

a) Complétez le tableau suivant :

Temps (h)	0	1	2	3	4
Nb de germes	10				

b) On note :

u_0 le nombre de germes à l'instant 0

u_1 le nombre de germes au bout de 1 heure

u_2 le nombre de germes au bout de 2 heures

...

u_n le nombre de germes au bout de n heures

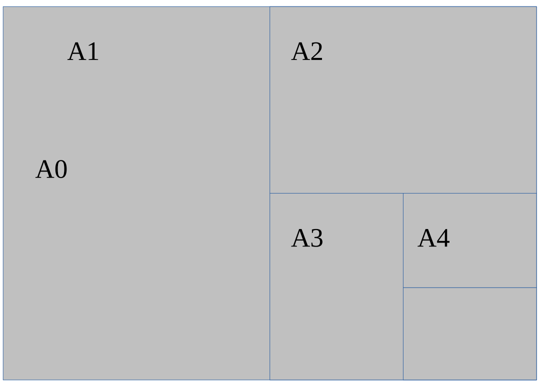
1. Exprimez u_{n+1} en fonction de u_n
2. Quelle est la nature de la suite (u_n). Donnez ses caractéristiques.
3. Déterminez l'expression de u_n en fonction de n.

Calculez u_{16} et u_{17}, puis déduisez le nombre entier d'heures au bout duquel la population dépasse le milliard de germes.

26 Format normalisés des feuilles de papier

Le format de base, noté A0 est un rectangle d'aire de 1 m^2. Le format A1 est la moitié du format A0 (voir la figure).

Tous les rectangles A0,A1, ... sont tels que le rapport de la longueur sur la largeur est toujours le même et égal à $\sqrt{2}$.



a) Calculez les dimensions L_0 et l_0 du rectangle A0.

b) Montrez que les longueurs des rectangles suivent une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison, puis exprimez Ln en fonction de n.

c) Mêmes questions avec les largeurs

d) Déterminez les dimensions du format A4.

27 Pour assurer sa fabrication, une entreprise doit acheter une machine dont le prix est de 10 000€. On estime que cette machine se déprécie de 15% par an.

On note V_0 la valeur initiale de la machine :

$$V_0 = 10\,000€$$

Les nombres V1, V_2, ..., V_n représentent la valeur en euros de la machines au bout d'un an, de deux ans, ... de n années

1. Calculez V_1, V_2 et V_3
2. Montrez que la suite des nombres V_0, V_1, V_2, ..., V_n est une suite géométrique dont vous déterminerez la raison.
3. On admet que V_n s'exprime en fonction de l'entier n par : $V_n = V_0 \times 0{,}85^n$

a) Vérifier cette expression pour : n=0, n=1, n=2 et n=3

b) Déterminez la valeur estimée de la machine au bout de huit ans de fonctionnement

4. Soit la fonction définie, pour x ⩾ 0, par :

$$f(x) = 10\,000 \times 0{,}85^x$$

a) Reproduisez et complétez le tableau valeurs suivants :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)								

b) On admet qu'il existe une valeur x_0 pour laquelle :

$f(x_0) = 35\,000$;

$f(x) > 35\,000$ si $x < x_0$

$f(x) < 35\,000$ si $x > x_0$

Donnez, en utilisant ce tableau, un encadrement de x_0 par deux nombres entiers consécutifs.

28 Un capital C0 de 500€ est placé à intérêts **composés** au taux de 4% par an (cela signifie que chaque année le capital augmente de 4% par rapport à l'année précédente)

On note Cn le capital obtenu après n années.

a) Calculer C1 et C2

b) Calculer C_{n+1} en fonction de Cn. Quelle est la nature de la suite (Cn)?

c) Exprimer Cn en fonction de n.

d) Quel est le capital obtenu au bout de 5 ans?

29 Une entreprise produit 60 000 unités par an. La production baisse de 3 000 unités par an.

a) Calculez la production u_1 au bout d'un an, u_2 au bout de 2 ans et u_3 au bout de 3 ans.

b) Combien d'années s'écoule-t-il pour atteindre une production nulle ?

c) Lorsque la production sera nulle, combien aura-t-elle produit d'unités en tout ?

30 Une usine assure une production de 100 000 articles. Elle s'engage à augmenter sa production de 3 % pendant 5 ans.

a) Quelle sera sa production en 2005 ?
b) Combien d'articles au total auront été fabriqués de 2000 à 2005 ?

31 La production mensuelle d'appareils électroménagers d'une entreprise constitue une suite arithmétique. Le sixième mois, la production atteint 18 000 appareils (u_0=18 000) et la production totale de l'entreprise au cours de 6 derniers mois est de 87 750 appareils.

a) Calculer la production u_1 du premier mois et la raison r de la suite.
b) Au bout de combien de mois la production mensuelle aura-t-elle dépassé le double de la production du premier mois ?

32 Une entreprise utilise des débiteuses pour produire deux séries de pierres : une corniche A et un linteau B.
La valeur initiale d'une débiteuse est P_1 = 75996 €.
Chaque année, cette valeur diminue de 12,5 % de P_1.

a) Calculer la diminution de valeur de la débiteuse en un an.
b) Calculer la valeur P_2 de la débiteuse au bout d'un an.
c) Calculer la valeur P_3 de la débiteuse au bout de deux ans.
d) Au bout de combien d'années la valeur de la débiteuse est-elle nulle ?

33 Traiter des problèmes de mathématiques financières

a) Un capital de 1000 F est placé à intérêts composés à 11%.
b) Calculer la valeur acquise de ce capital après les 3 premières années.
c) Déterminer l'expression algébrique permettant de calculer la valeur acquise d'un capital C après une année de placement. (à 11%)
d) En déduire l'expression algébrique permettant de déterminer la valeur acquise du même capital après n années de placement.
e) Quel est le capital constitué, à la date du dernier versement, par 6 annuités de 8 000 F, versées tous les 31 décembre, à partir du 31 décembre 1990 (taux de 11 %) ?

34 Une entreprise produisait 60 000 unités par an. La production baisse de 3 000 unités par an. Lorsque la production sera nulle, combien aura-t-elle produit d'unités en tout ?.

35 On a placé, le 1er janvier 1993, une somme de 5000 F sur un compte au taux de 9%.

1. Chaque 1er janvier suivant, on retire les intérêts. Ecrire la suite des sommes dont on dispose chaque 1er janvier (capital + intérêts), du 1er janvier 1990 au 1er janvier 1998.
2. On laisse les intérêts se capitaliser avec la somme placée au départ. Ecrire la suite des sommes (capital + intérêts) dont on dispose chaque 1er janvier, du 1er janvier 19994 au 1er janvier 1998.
3. Comparer les 2 suites.

36 En Syldavie, il y a 100 000 habitants. Le nombre d'habitants diminue de 1% par an. Combien y aura-t-il d'habitants dans 10 ans ? dans 100 ans ?
Mêmes questions si le nombre d'habitants diminue de 1 000 par an.

37 Pour son appartement, Alexandre paye, tous les mois, un loyer brut et des charges locatives. On appelle loyer net, la somme du loyer brut et des charges locatives.
En N, le loyer brut était de 450 euros (mensuel) et les charges de 60 euros (mensuel).
Au premier janvier de chaque année, le loyer brut mensuel augmente de 1,5 % et les charges locatives mensuelles augmentent de 1 €.

On note : $\left\{ \begin{array}{c} u_0=3 \\ u_n+1=\dfrac{u_n}{2} \end{array} \right\}$

b_n : le total des loyers bruts (en euros) pour l'année N + n
c_n : le total des charges (en euros) pour l'année N + n
l_n : le total des loyers nets (en euros) pour l'année N + n.

a) Calculer b_0 et c_0.
   En déduire que l_0=6120.
b) Calculer b1,c1 et l1 puis b2,c2 et l2.
c) Exprimer bn+1 en fonction de bn, puis cn+1 en fonction de cn.
d) Pour chacune des suites (bn),(cn) et (ln) indiquer s'il s'agit d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique ou d'une suite qui n'est ni arithmétique ni géométrique.
e) Exprimer bn,cn puis ln en fonction de n.
f) Quel sera le total des loyers nets payés par Alexandre au cours des dix premières années (de 2016 à 2025) ?

Evaluation du 19/02/2004
Durée : 15 minutes

1 Dans une suite arithmétique, donner les formules de :

- u_n en fonction de u_{n-1}
- u_n en fonction de u_1
- la somme S_n des n premiers termes

2 Dans une suite géométrique, donner les formules de :

- u_n en fonction de u_{n-1}
- u_n en fonction de u_1
- la somme S_n des n premiers termes

Evaluation du 25/03/2004
Durée : 30 minutes

3 Soit une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1=264$ et de raison $r=-2$. (4 points)

1. Calculez u_2, u_3 et u_4
2. Exprimez u_n en fonction de n
3. Calculez le rang de n pour lequel $u_n=0$

5 Calculez la somme des 10 premiers termes de la suite géométrique de premier terme 2 et de raison 2. (3 points)

6 Une entreprise produit 60 000 unités par an. La production baisse de 3 000 unités par an. (7 points)

1. Calculez la production u_1 au bout d'un an, u_2 au bout de 2 ans et u_3 au bout de 3 ans.
2. Exprimez u_n en fonction de n
3. Combien d'années s'écoule-t-il pour atteindre une production nulle ?
4. Lorsque la production sera nulle, combien aura-t-elle produit d'unités en tout ?

7 Une entreprise utilise des débiteuses pour produire deux séries de pierres : une corniche A et un linteau B. (6 points)

La valeur initiale d'une débiteuse est $P_1 = 75996$ €.

Chaque année, cette valeur diminue de 12,5 % de P_1.

1. Calculer la diminution de valeur de la débiteuse en un an.
2. Calculer la valeur P_2 de la débiteuse au bout d'un an.
3. Calculer la valeur P_3 de la débiteuse au bout de deux ans.
4. Exprimez P_n en fonction de n
5. Au bout de combien d'années la valeur de la débiteuse est-elle nulle ?

Evaluation du 23/04/2004
Durée : 20 minutes

1 Calculer le 18ème terme de la suite arithmétique de premier terme -6 et de raison 2. (2 points)

2 Calculer la somme des 20 premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique, le premier étant 5 et le dernier 100. (3 points)

3 Calculer le 12ème terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2. (2 points)

4 Calculer la somme des 8 termes consécutifs de la suite géométrique de premier terme 4 et de raison 2. (3 points)

5 Soit une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1=96$ et de raison $r=-8$. (5 points)

1. Calculez u_2, u_3 et u_4
2. Exprimez u_n en fonction de n
3. Calculez le rang de n pour lequel $u_n=0$

6 Une usine assure une production de 100 000 articles. Elle s'engage à augmenter sa production de 3 % pendant 5 ans. (5 points)

4. Quelle sera sa production dans 5 ans ?
5. Combien d'articles au total auront été fabriqués en 5 ans?